N_1 Valeur absolue d'un nombre réel

D *Valeur absolue*

La **valeur absolue** d'un nombre réel x est le nombre $|x|$ tel que :

- $|x| = x$ si $x \geqslant 0$
- $|x| = -x$ si $x \leqslant 0$

La **valeur absolue** $|x|$ correspond à la distance à zéro de x.

P *Propriétés*

① $|x| \geqslant 0$ ② $\sqrt{x^2} = |x|$ ③ $|x| = |-x|$ ④ $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

P *Distance*

Sur la droite des réels muni d'un repère d'origine O :

① si $M(x)$ alors $OM = |x|$ ② si $A(a)$ et $B(b)$ alors $AB = |a-b| = |b-a|$

Calculer les expressions suivantes :

1 $A = |2 + 2 \times 5 - 9 + 1 - 5|$

2 $B = |2 \times 6 - 100 \div 10 - 9|$

3 $C = |-(6-8) \times (-2-3) - (15-5) \div (-7+2)|$

4 $D = |-2 \times (-2) \times (-3) - (18-3) \div 3|$

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

5 $|5x - 9| = 8$

6 $|2 - x| = -1$

7 $\sqrt{(7x-9)^2} = 3$

8 $\sqrt{4x^2 + 9 + 12x} = 2$

9 $\sqrt{-70x + 25x^2 + 49} = 10$

10 $|2x - 8| = |5x - 8|$

11 $|x - 7| = 2|3x - 1|$

12 $\sqrt{(8-9x)^2} = \sqrt{(4x-2)^2}$

13 $\dfrac{|x-2|}{|5-8x|} = 1$

14 $\dfrac{|5x-1|}{|2-x|} = 2$

15 $\dfrac{\sqrt{(3x-2)^2}}{\sqrt{(1+2x)^2}} = 3$

16 $\sqrt{18x + x^2 + 81} = \sqrt{16 + 36x^2 - 48x}$

17 $\sqrt{18x + x^2 + 81} = \sqrt{16 + 36x^2 - 48x}$

18 Une droite est munie d'un repère $(O; I)$. Sur cette droite, on considère les points A et B d'abscisses respectives -3 et $2,5$. Calculer les distances OA, AB et BI.

Calculer la distance entre les réels a et b dans chacun des cas suivants.

19 $a = 7$ et $b = -5$

20 $a = -3$ et $b = -8$

21 $a = -5,1$ et $b = 2,3$

22 $a = \sqrt{2}$ et $b = -\sqrt{8}$

23 $a = 6$ et $b = 2\pi$

24 $a = \frac{1}{3}$ et $b = \frac{1}{4}$

N_2 *Définitions et propriétés*

D *Fonction valeur absolue*

Une fonction **valeur absolue** f est définie par $f(x) = |ax + b|$ où a et b sont deux nombres réels tels que $a \neq 0$.

P *Ensemble de définition*

Soit f une fonction valeur absolue telle que $f(x) = |ax + b|$ alors son ensemble de définition est : $\mathcal{D}_f =]-\infty ; +\infty[= \mathbb{R}$

P *Tableau de variation*

On considère une fonction valeur absolue $f(x) = |ax + b|$ avec $a \neq 0$. Si $a = 0$ cette fonction valeur absolue est **constante** et vaut $f(x) = |b|$.

si $a > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
f		$\searrow$	0	$\nearrow$	

si $a < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
f		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Pour chaque fonction suivante, donner l'ensemble de définition puis dresser le tableau de variation :

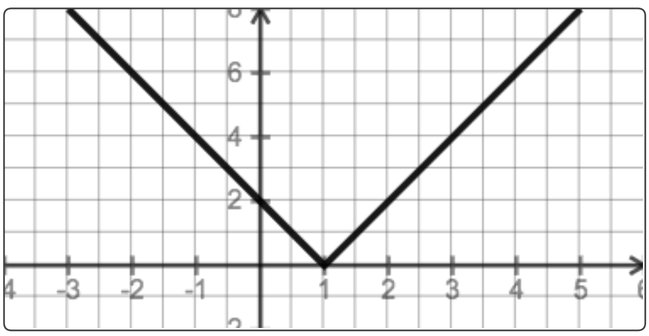
1. $f_1(x) = |4x - 6|$
2. $f_2(x) = |-3x + 9|$
3. $f_3(x) = |-3x|$
4. $f_4(x) = |x|$
5. $f_5(x) = |6 - 2x|$
6. $f_6(x) = |2 + 8x|$
7. $f_7(x) = |6x|$
8. $f_8(x) = |2(5 - 2x)|$
9. $f_9(x) = |-3(2x + 1)|$

N_3 *Représentation graphique d'une fonction valeur absolue*

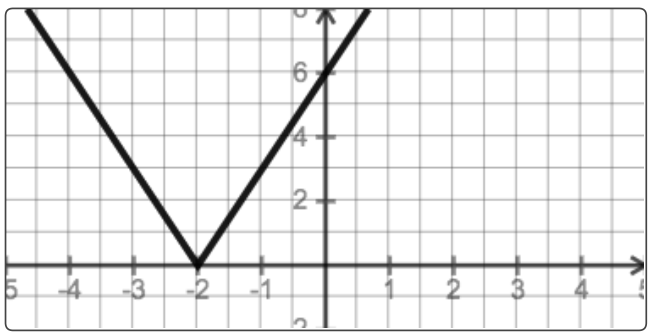
P *Représentation graphique*

On considère une fonction valeur absolue $f(x) = |ax + b|$. La représentation graphique $\mathcal{C}_f$ est :

si $a > 0$



si $a < 0$



Pour chaque fonction suivante, tracer sa représentation graphique :

1. $f_1(x) = |2x - 6|$
2. $f_2(x) = |-3x + 6|$
3. $f_3(x) = |-2x|$
4. $f_4(x) = |x|$
5. $f_5(x) = |3 - 3x|$
6. $f_6(x) = |16 + 8x|$
7. $f_7(x) = |4x|$
8. $f_8(x) = |2(1 - 2x)|$
9. $f_9(x) = |-2(2x + 3)|$